Так, оператор disttool, введенный в командном окне MATLAB, открывает окно, в котором изображены кривые теоретических зависимостей любого из имеющихся в MATLAB распределений. Последние могут быть выбраны в выпадающем меню в середине верхней части этого окна. Если вверху в правой части окна выбрать pdf (probability density function), на графике будет изображена кривая плотности вероятности рассматриваемой непрерывной с.в. или набор значений вероятности дискретной с.в. Если же выбрать cdf (cumulative distribution function), то отобразится интегральная функция распределения данной с.в.

Если в командном окне ввести оператор randtool, то откроется окно, в котором в виде гистограммы будет продемонстрировано эмпирическое распределение данной случайной величины при заданном (вверху справа) числе ее отсчетов.

Каждая случайная величина полностью определяется своей функцией распределения.

В то же время при решении практических задач достаточно знать несколько числовых параметров, которые позволяют представить основные особенности случайной величины в сжатой форме. К таким величинам относятся в первую очередь математическое ожидание и дисперсия.

Математическое ожидание случайной величины

*Математическое ожидание -*число, вокруг которого сосредоточены значения случайной величины. Математическое ожидание случайной величины  обозначается ***M*****.

*Математическое ожидание дискретной случайной величины*  , имеющей распределение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x*1 | *x*2 | ... | *xn* |
| *p*1 | *p*2 | ... | *pn* |

называется величина http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4263.gif, если число значений случайной величины конечно.

Если число значений случайной величины счетно, то http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4264.gif. При этом, если ряд в правой части равенства расходится, то говорят, что случайная величина  не имеет математического ожидания.

*Математическое ожидание непрерывной случайной величины* с плотностью вероятностей *p*(*x*) вычисляется по формуле http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4265.gif. При этом, если интеграл в правой части равенства расходится, то говорят, что случайная величина  не имеет математического ожидания.

Основные свойства математического ожидания:

* математическое ожидание константы равно этой константе, ***M****c=c* ;
* математическое ожидание - линейный функционал на пространстве случайных величин, т.е. для любых двух случайных величин  ,  и произвольных постоянных *a* и *b*справедливо: ***M***(*a*+ *b*) = *a****M***( )+*b****M***( );
* математическое ожидание произведения двух *независимых*случайных величин равно произведению их математических ожиданий, т.е. ***M***(  ) = ***M***( )***M***( ).

Дисперсия случайной величины

Дисперсия случайной величины характеризует меру разброса случайной величины около ее математического ожидания.

Если случайная величина  имеет математическое ожидание ***M*****, то *дисперсией*случайной величины  называется величина ***D**** =****M***( *-****M*****)2.

Легко показать, что ***D**** =****M***( *-****M*****)2=***M*****2 - ***M***( )2.

Эта универсальная формула одинаково хорошо применима как для дискретных случайных величин, так и для непрерывных. Величина ***M*****2>для дискретных и непрерывных случайных величин соответственно вычисляется по формулам

http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4269.gif, http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4270.gif.

Для определения меры разброса значений случайной величины часто используется *среднеквадратичное отклонение*http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4271.gif,связанное с дисперсией соотношением http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4272.gif.

Основные свойства дисперсии:

* дисперсия любой случайной величины неотрицательна, ***D**** more.gif (65 bytes)*0;
* дисперсия константы равна нулю, ***D****c*=0;
* для произвольной константы ***D***(*c*) = *c*2***D***( );
* дисперсия суммы двух *независимых*случайных величинравна сумме их дисперсий:***D***(  **) = ***D***( ) + ***D*** ( ).

Моменты

*Центральным моментом k-го порядка* случайной величины  называется величина  *k*, определяемая формулой  k = ***M***( *-****M*****)*k*.

Заметим, что математическое ожидание случайной величины - начальный момент первого порядка, 1*=****M*****, а дисперсия - центральный момент второго порядка,

**2*=****M*****2 =***M***( *-****M*****)2=***D*****.

Существуют формулы, позволяющие выразить центральные моменты случайной величины через ее начальные моменты, например:

 2*=*2*-*12,  3*= *3*-*3 2 1*+*2 13.

Если плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины симметрична относительно прямой *x =****M*****, то все ее центральные моменты нечетного порядка равны нулю.

Асимметрия

В теории вероятностей и в математической статистике в качестве меры асимметрии распределения является коэффициент асимметрии, который определяется формулой http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4273.gif,

где  3- центральный момент третьего порядка, http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4274.gif- среднеквадратичное отклонение.

Эксцесс

Нормальное распределение наиболее часто используется в теории вероятностей и в математической статистике, поэтому график плотности вероятностей нормального распределения стал своего рода эталоном, с которым сравнивают другие распределения. Одним из параметров, определяющих отличие распределения случайной величины  , от нормального распределения, является эксцесс.

*Эксцесс *случайной величины  определяется равенством http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/images/Image4275.gif.

У нормального распределения, естественно,  *=*0. Если  ( ) > 0, то это означает, что график плотности вероятностей *p*(*x*) сильнее “заострен”, чем у нормального распределения, если же  ( ) < 0, то “заостренность” графика*p*(*x*) меньше, чем у нормального распределения.

M –математическое ожидание  и V – дисперсия

Логнормальное распределение используется, например, при моделировании таких переменных, как доходы, допустимое отклонение от стандарта вредных веществ в продуктах питания и т.д.

Величина характеризует полуширину распределения вероятности или плотности распределения вероятности.

*Неслучайные параметры*, выражающие в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения *случайной величины*, называются ее *числовыми характеристиками.* Эти числовые характеристики находятся, как правило, путем осреднения по всему числу испытаний некоторых неслучайных функций исследуемой с.в.

Под *вероятностью*  исхода  понимают численную меру, которая характеризует объективную возможность данного исхода эксперимента. Если некоторый исход *невозможен* (т.е. является невозможным событием), то ему приписывается вероятность . Если же некоторому исходу приписан вес , то данный исход представляет собой *достоверное* событие. Все остальные исходы имеют вероятности , значения которых лежат между этими предельными:

. (2.3)

Для вычисления вероятностей различных событий используется ряд теорем. Перечислим наиболее часто применяемые теоремы:

1. . (2.4)

2. . (2.5)

3. Если события *A* и *B* *несовместны*, т.е. , то  (2.6)

4. Если ** - событие, противоположное событию *A*, то . (2.7)

5. Для *произвольных* (а не только несовместных) случайных имеет место соотношение событий *A* и *B*

 , (2.8) которое носит название *теоремы сложения вероятностей*. Формула (2.6) – ее частный случай для несовместных событий.

6. Для произвольных случайных событий *A* и *B* имеет место *теорема умножения вероятностей:* , (2.9) где  - *безусловная вероятность* события *A*, а  - *условная вероятность* события *B*, вычисленная при условии, что событие *A* имело место. Если события *A* и *B независимы*, то , (2.10) и формула (2.9) принимает вид . (2.11)

7. Пусть  - случайное событие в пространстве *Z*, а система множеств  - некоторое *разбиение* этого пространства. Как известно, разбиение удовлетворяет условиям , ∅ при  (2.12)

Входящие в него события  называются *гипотезами*. Ф*ормула полной вероятности*

 (2.13) позволяет вычислить вероятность  события *A*, если известны безусловные вероятности  всех гипотез и условные вероятности  осуществления события *A* при реализации каждой из этих гипотез.